

Les zones vertes indiquent les parties déjà traitées et les zones rouges celles que nous allons aborder aujourd'hui.

L'objectif du cours n'est pas de reproduire tout ce qui se passe à l'intérieur d'un circuit, mais de voir son influence sur son environnement. Certains circuits vus de l'extérieur peuvent être modélisés sous forme de dipôles (l'extérieur ne perçoit que deux connexions appartenant au circuit. Après avoir décrit cette notion de dipôle, nous verrons des techniques de transformation appelées Théorèmes de Thévenin et Norton, permettant de transformer des circuits même complexes en dipôles simples.

Un autre théorème (superposition) complétera notre panoplie d'outils d'analyse.

Comme d'habitude, l'ensemble de ces techniques trouve une origine dans les lois de Kirchhoff.

Méthodes d'analyses.

Terminologie : Notion de dipôle, tripôle, quadripôle

Équivalence des sources : Essentiel

Théorème de Thévenin (basé sur source de tension)

Théorème de Norton (basé sur source de courant)

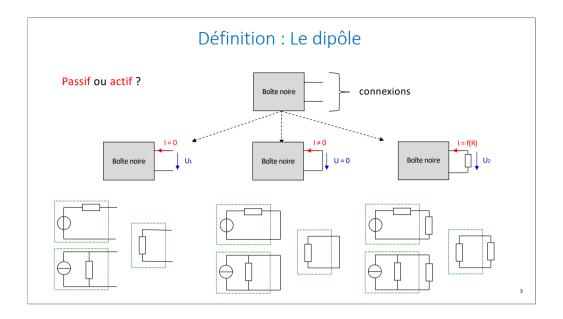
Théorème de superposition

2

Avec ce chapitre, nous abordons un certain nombre de méthodes d'analyse qui impliquent deux principes généraux

- Les modèles permettant d'assimiler les circuits les plus complexes à des structures réduites à un minimum de composants. La justification et la maîtrise des modèles représentent une des principales difficultés en électronique, car il est nécessaire de faire abstraction du comportement interne du circuit et le limiter à son interaction avec l'environnement
- Les techniques de simplification. Nous avons vu comment fusionner des R, C et L, et nous montrerons comment des circuits "mélangeant" ces composants se réduisent néanmoins aux modèles évoqués auparavant. Ces techniques portent les noms respectifs de Théorème de Thévenin, Théorème de Norton et Théorème de superposition.

Outre l'énoncé des théorèmes, l'équivalence entre les sources de tension et de courant est un concept essentiel pour la compréhension de ce chapitre.



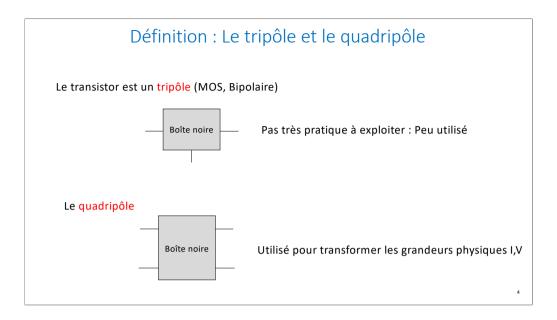
Un dipôle peut être assimilé à une boîte noire connectée à son environnement par deux connexions (appelées ultérieurement "broches").

Pour l'environnement de la boîte noire, peu importe ce qu'elle contient, l'unique préoccupation est de déterminer le comportement (interaction) de cette boîte noire vis à vis de l'extérieur.

On distingue deux grandes familles de dipôles:

- -Les dipôles passifs, qui ne disposent d'aucune source permettant de produire de l'énergie et/ou d'amplifier un signal. Par exemple une combinaison de résistances.
- -Les dipôles actifs qui peuvent au contraire produire une énergie et/ou d'amplifier un signal. Accessoirement, ces dipôles peuvent aussi contenir des composants passifs.

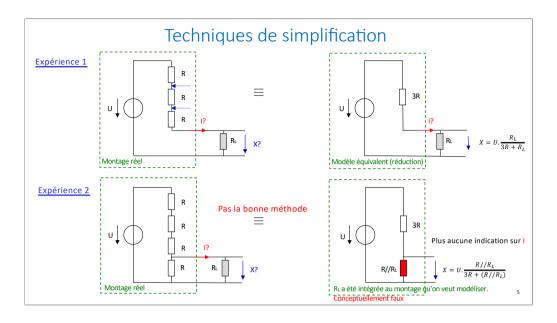
Les dipôles sont mesurables. Les trois expériences proposées (lecture d'une tension à vide, lecture d'un courant de court-circuit, lecture d'une tension lorsqu'une résistance externe est adjointe) permettent sans ambiguïté d'identifier la nature du dipôle (actif ou passif). En effet dans le cas d'un dipôle passif la tension mesurée sera toujours nulle (avec ou sans ajout de résistance externe), il en sera de même pour le courant



Bien qu'existant naturellement sous la forme de transistors, les tripôles ne sont pas des modèles exploités en électronique.

Il est cependant facile de les modéliser sous formes de quadripôles qui sont plus simples à exploiter pour analyser des transformations de signaux. Les transformations les plus simples que nous verrons correspondent à des atténuations (filtres) ou à des amplifications.

Une transformation correspond à l'influence qu'un signal d'entrée (décrit sous forme de courant ou de tension) exerce sur le signal de sortie (lui aussi analysé sous forme de courant ou de tension). Nous aurons un cours spécifique sur les quadripôles la semaine suivante montrant les 4 combinaisons de couples (courant - courant, tension - tension, courant - tension, tension - courant)



Nous proposons deux expériences illustrant comment un gros montage exerce une influence sur son environnement

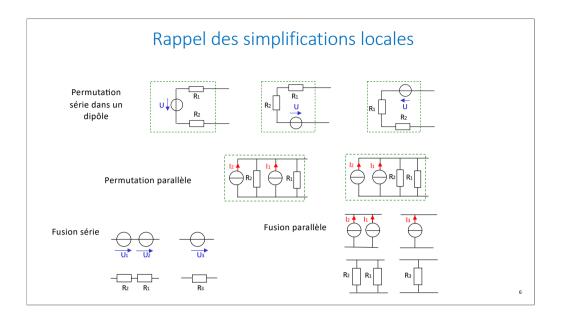
Dans les deux cas nous essayons de réduire le gros montage car son comportement interne ne présente pas d'intérêt pour notre analyse.

La réduction se traduit forcément par une perte d'information.

Dans le premier cas, trois résistances ont été fusionnées. Les différentes tensions que nous avions entre ces résistances disparaissent de l'analyse. Ces informations ne présentent aucun intérêt pour la charge R_L . Il est facile de déduire la tension aux bornes de la charge en appliquant la relation du diviseur résistif.

Dans le second cas, nous décidons de fusionner aussi la charge en parallèle avec l'une des résistances du montage. Cette fusion qui semble motivée par un besoin de simplification a cependant une conséquence fâcheuse. En effet, la valeur de la tension aux bornes de la charge reste facile à identifier, mais cette charge ayant virtuellement disparue, le courant qui la traverse n'est plus mis en évidence.

Les deux exemples montrent donc que les simplifications ne peuvent être appliquées de manière « anarchique ». Certaines informations doivent être conservées.

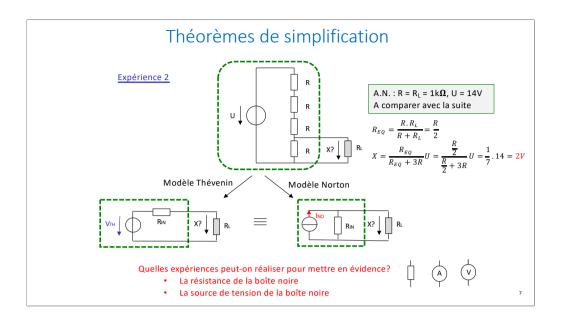


La liste proposée, sans être exhaustive, montre les principales fusions qu'il est possible de réaliser.

Sur certaines branches d'un circuit, il est possible d'identifier des permutations d'éléments en série ou parallèle. Cela permet de localiser des résistances ou des sources qui peuvent être fusionnées.

On rappelle que l'on sait fusionner des résistances séries ou parallèles, des sources de tension en série ou des sources de courant en parallèle.

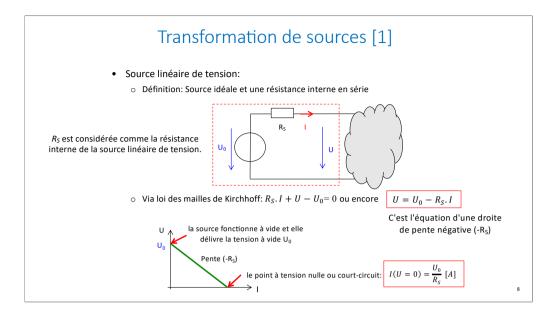
Les Théorèmes suivants de Thévenin et Norton vont nous fournir des techniques de transformations complémentaires suggérant de nouvelles transformations.



En reprenant l'expérience 2, nous verrons néanmoins, que le gros montage composé de 4 résistances et d'une source, peut se réduire à un montage très simple, limité à une source et une résistance. La technique de simplification ne se limitera pas à une fusion de composants, mais correspond à une approche globale incluant toutes les sources et les composants.

Deux modèles de simplification existent limités respectivement une source de tension avec une résistance en série (modèle Thévenin), et une source de courant avec une résistance en parallèle (modèle Norton).

On part du principe que l'on sait fusionner des tensions, des courants et des résistances. Il est donc légitime de trouver à la fin une source et une résistance.



Nous verrons plus loin que le théorème de Thévenin et de Norton se base sur l'équivalence entre les deux modèles de circuit:

- Une source linéaire de tension pour Thévenin
- · Une source linéaire de courant pour Norton

Nous pourrons sans difficulté passer de l'un à l'autre uniquement en invoquant la loi d'ohm. Au préalable il faut caractériser deux types de source

La source linéaire de tension est un dipôle qui se caractérise par la mise en série de deux composants linéaires:

- · Une source idéale de tension
- Une résistance interne Rs

Si l'on décrit cette combinaison avec la loi des mailles, on remarque que la tension aux bornes du dipôle respecte la loi d'ohm. Si un courant devait circuler, le courant engendré ferait chuter la tension aux bornes du dipôle selon la loi $U=U_0-R_S.I$

L'évolution de la tension en fonction de I suit une pente négative liée à la présence de la résistance interne R_S.

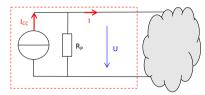
On peut tracer une droite à partir de deux points extrêmes:

- Si le courant est nul, la tension $U = U_0$
- Si au contraire, la tension U est nulle, cela signifie qu'on a court-circuité le dipôle. Dans ce cas le courant de court-circuit I = U₀/R_S



- Source linéaire de courant:
 - o Définition: Source idéale et une résistance interne en parallèle

R_P est considérée comme la résistance interne de la source linéaire de courant.



 \circ Via loi des nœuds de Kirchhoff : $I_{cc} - \frac{U}{R_p} - I = 0$ ou encore

 $U = R_P.I_{CC} - R_P.I$

la tension à vide vaut : $U(I = 0) = R_P I_{CC}[V]$ Pente $(-R_P)$ C'est l'équation d'une droite de pente négative (-R_P)

I_{cc} courant de court-circuit délivré par la source idéale.

Le principe se répète pour la source linéaire de courant. C'est un dipôle qui se caractérise par la mise en parallèle de deux composants linéaires:

- · Une source idéale de courant
- Une résistance interne R_P

Si l'on décrit cette combinaison avec la loi des nœuds (dans le circuit précédent c'était avec la loi des mailles), on remarque que l'expression trouvée ressemble à l'expression précédente. Si un courant devait circuler, le courant engendré ferait chuter la tension aux bornes du dipôle selon une loi $U = R_p.I_{CC} - R_p.I$

L'évolution de la tension en fonction de I suit une pente négative liée à la présence de la résistance interne R_P .

On peut encore tracer une droite à partir de deux points extrêmes:

- Si le courant est nul, la tension $U = R_P I_{CC}$
- Si au contraire, la tension U est nulle, cela signifie qu'on a court-circuité le dipôle. Dans ce cas le courant de court-circuit $I=I_{\rm CC}$

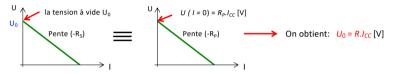
Transformation de sources [3]

- Remplacement source linéaire de tension par source linéaire de courant et réciproguement
 - Pourquoi: Caractéristiques communes (droite de pente négative)
 - Comment:
 - o il faut que les caractéristiques aient exactement la même pente

Pour la tension pente =
$$-R_S$$

pour le courant pente = $-R_P$ $R_S = R_P = R [\Omega]$

o Les caractéristiques passent par un même point (par exemple tension à vide)



10

Comme nous l'avons vu précédemment les deux circuits présentent des similitudes, en particulier pour l'équation U=f(I)

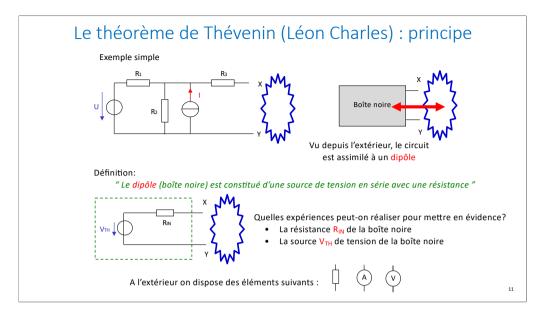
Analysons les conditions qui feraient que ces deux circuits aient un comportement identique. Si tel était le cas, nous pourrions remplacer une source de courant linéaire par une source de tension linéaire et réciproquement.

- Pour que les circuits soient identiques, il faut déjà que les pentes -R_S et R_P le soient.
 Cela signifie que dans les deux circuits, la résistance interne est la même.
- Nous pourrons alors affirmer que les deux droites seront confondues si elles passent par un même point. Prenons le cas où le courant est nul. Avec la source de tension nous avons obtenu U = U₀ et avec la source de courant U = R.I_{CC}. Pour que les deux droites soient confondues, il faut que U₀ = R.I_{CC}. Avec R = R_P = R_s

Nous avons directement la règle qui permet de transformer une source de courant linéaire en source de tension linéaire et réciproquement. La résistance est la même et la loi d'ohm est le lien entre tension U_0 et courant $I_{\rm CC}$.

L'intérêt de ces transformations est de mettre en évidence des configurations autorisant des fusions (résistances en série ou en parallèle, sources de tension en série, sources de courant en parallèle). A chaque fusion le circuit se réduit et en fin de compte se limitera à une simple source linéaire de courant ou de tension.

Attention: Le circuit résultant ne correspond plus au circuit d'origine, puisque des composants ont disparu (via la fusion), mais l'objectif ici est de proposer un modèle dont le comportement vis à vis de l'extérieur est le même mais beaucoup plus simple à étudier.



Le théorème de Thévenin est une technique de simplification permettant à un circuit complexe connecté à son environnement par deux points uniquement, d'être réduit à une boîte noire appelée dipôle exprimée en termes de comportement vis à vis de l'extérieur.

On constate que le circuit proposé est un dipôle

Si on connecte ce dipôle à un environnement (par exemple une résistance), on observera une influence mutuelle entre le dipôle et l'environnement en termes de courant et de tension. Cette influence peut être calculée via Kirchhoff. Malheureusement les lois de Kirchhoff imposent un calcul global tenant compte de l'ensemble des courants et tensions du montage complet.

L'inconvénient de cette technique se manifeste lorsque l'on change d'environnement (une nouvelle résistance). Il faut tout recalculer.

L'objectif est d'assimiler cette boîte noire comme une fonctionnalité simple qui limite les calculs de l'influence mutuelle.

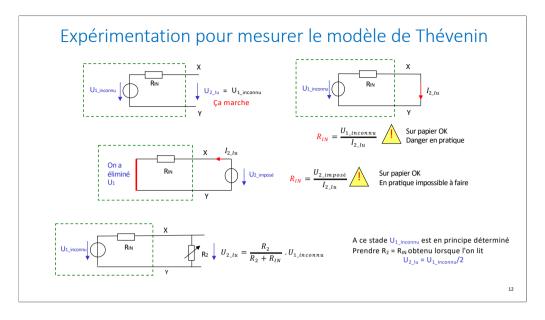
Selon Thévenin le dipôle peut se réduire à une source de tension connectée à une résistance de sortie. Les deux dipôles (complet et réduit) interagissent de la même façon avec l'environnement.

Nous rappelons que le comportement interne de la boîte noire ne nous intéresse pas, mais uniquement son interaction avec l'extérieur.

Si cette proposition est vraie, il faut être en mesure de le prouver

Nous allons proposer à la fois des techniques analytiques et pratiques pour mettre en évidence les valeurs de tension V_{TH} et de la résistance R_{OUT} .

Les méthodes pratiques utilisent toujours des instruments de mesure, l'ampèremètre et le voltmètre. Nous utiliserons aussi des résistances externes.



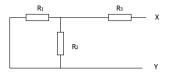
Si la théorie est exacte, alors les 4 expériences proposées permettraient d'extraire le couple Tension Thévenin et résistance.

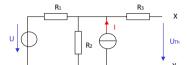
- Une méthode directe nous permet d'obtenir immédiatement la tension inconnue. Il suffit de lire la tension à la sortie sans aucun composant connecté (sortie à vide).
- Il nous faut réaliser un autre type de mesure afin d'obtenir une seconde relation. En court-circuitant la sortie, on peut lire un courant de court-circuit valant l_{2_u}, s'exprimant aussi à partir des deux inconnues. Obtenant deux équations à deux inconnues, nous pouvons résoudre ce système. La résistance inconnue est alors déduite avec le rapport tension sur courant. Cette expérience est malheureusement dangereuse, car nous ne savons pas à priori ce qui est court-circuité.
- Imaginons au court d'une troisième expérience, que nous puissions ouvrir le montage et éliminer ses sources internes (court-circuit pour les tensions et circuit ouvert pour les courants). Il suffirait de mettre un ohm-mètre à la sortie et la résistance interne serait automatiquement lue. Malheureusement ce type d'approche nécessite d'ouvrir un montage et d'éliminer les sources, ce qui est rarement possible
- Plaçons enfin une résistance R₂ de valeur variable, à la sortie du dipôle et mesurons au voltmètre la tension à ses bornes (V_{2,m}). Si réellement le modèle du dipôle est applicable, alors nous mesurons une tension d'un diviseur résistif. Si le dipôle est réellement réduit à une source et une résistance, alors leurs valeurs devraient être les mêmes en cas d'une nouvelle expérience (invariance du dipôle). Il suffit de modifier R₂ avec une autre valeur, et expérimentalement, les mêmes valeurs de U_{1_inconnu} et R_{1_inconnu} seront obtenues. Il existe une valeur particulière plus intéressante lorsque la résistance R₂ = R_{IN}. Dans ce cas la tension à la sortie vaut la moitié de la tension obtenue à vide. Il suffit alors de lire directement la valeur de R₂

Méthode de base pour calculer le modèle de Thévenin

La valeur de la résistance est obtenue :

- 1. En éliminant les sources intérieures
- 2. En évaluant la résistance vue depuis les bornes du dipôle





La valeur de la source de tension est obtenue :

- 1. En laissant les bornes du dipôle à vide
- 2. En calculant la tension aux bornes du dipôle

Remarque:

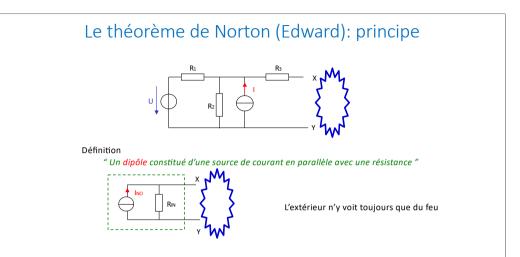
Éliminer une source de tension \rightarrow la remplacer par un court-circuit Éliminer une source de courant \rightarrow la remplacer par un circuit ouvert.

13

L'analyse théorique du dipôle de Thévenin est simple à réaliser pour obtenir la résistance R_{OUT}

Cette évaluation supposerait que l'on puisse lire une valeur de résistance entre les bornes du dipôle. Ce type d'instrument (ohm-mètre) existe, mais suppose que toutes les sources internes aient été éliminées (court-circuitées pour les sources de tension, et enlevées pour les sources de courant). Quand il s'agit de théorie, l'élimination des sources internes ne pose aucun problème.

Pour la tension V_{TH} , qui correspond à la tension mesurée à vide (aucun circuit externe connecté) aux bornes du dipôle, le calcul est plus complexe. Il est nécessaire d'utiliser les lois de Kirchhoff ou de patienter un peu et voir le Théorème de Norton qui s'appliquera en alternance avec Thévenin.



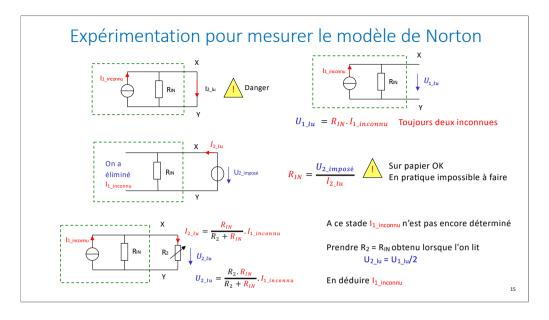
Quelles expériences peut-on réaliser pour mettre en évidence?

- La résistance R_{IN} de la boîte noire
- La source I_{NO} de courant de la boîte noire

14

Le théorème de Norton est tout à fait comparable à celui de Thévenin. Le dipôle obtenu doit se limiter à un circuit contenant une source de courant en parallèle avec une résistance.

Les techniques pratiques ou analytiques sont elles aussi comparables à ce que nous avions vu précédemment.



Comme pour Thévenin, si la théorie est exacte, alors les 4 expériences proposées permettraient d'extraire le couple Courant Norton et résistance.

- Une méthode directe nous permet d'obtenir immédiatement le courant inconnu. Il suffit de lire le courant à la sortie sans aucun composant connecté (courant de court-circuit). Comme dans Thévenin cette expérience est malheureusement dangereuse, car nous ne savons pas à priori ce qui est réellement court-circuité.
- On peut réaliser un autre type de mesure en lisant la tension à vide à la sortie du montage.
 Cette tension est la combinaison du courant et de la résistance. U_{1_LU} = I_{NO}*R_{IN}. La résistance inconnue est alors déduite avec le rapport tension sur courant. Mais attention, la méthode précédente est dangereuse donc il faut imaginer d'autres expériences.
- La troisième expérience, nécessite d'ouvrir le montage et d'éliminer ses sources internes (court-circuit pour les tensions et circuit ouvert pour les courants). Il suffirait de mettre un ohm-mètre à la sortie et la résistance interne serait automatiquement lue. Comme pour Thévenin, ce type d'approche nécessite d'ouvrir le montage et d'éliminer les sources, ce qui est rarement possible
- Plaçons enfin une résistance R₂ de valeur variable, à la sortie du dipôle et mesurons à l'ampèremètre le courant qu'elle véhicule (l_{2,lu}). Si réellement le modèle du dipôle Norton est applicable, alors nous mesurons un courant qui se répartit dans les deux résistances en parallèle. Il suffit de modifier R₂ telle que R₂ = R_{IN}. Dans ce cas le courant de sortie vaudrait la moitié du courant Norton. Cette méthode part du principe que le courant Norton soit connu, ce qui n'est pas vraiment le cas compte tenu de la « dangerosité » de la première expérience. Plutôt que de lire le courant, nous pouvons lire la tension. Quand la tension vaut la moitié de celle obtenue dans l'expérience 2, alors la résistance R_{IN} vaut bien R₂ et le courant Norton est déduit grâce à la loi d'ohm.

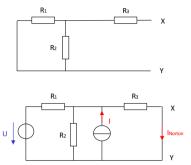
Méthode de base pour calculer le modèle de Norton

La valeur de la résistance est obtenue :

- 1. En éliminant les sources intérieures
- 2. En évaluant la résistance vue depuis les bornes du dipôle

La valeur de la source de courant est obtenue :

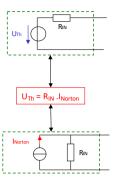
- 1. En court-circuitant les bornes du dipôle
- 2. En calculant le courant de court-circuit



16

Comme précédemment, nous pouvons exploiter des méthodes pratiques et analytiques pour obtenir ces deux paramètres.

Résumé et combinaison Thévenin - Norton



Tension Thévenin obtenue en mesurant (calculant) la tension à vide à la sortie

Résistance obtenue en éliminant toutes les sources internes

Courant Norton obtenu en mesurant (calculant) le courant de court-ciruit à la sortie

Résistance obtenue en éliminant toutes les sources internes

On va opérer des transformations Thévenin - Norton en alternance et réaliser des réductions locales (permutations et fusions) jusqu'à obtenir un modèle limité à une source et une résistance

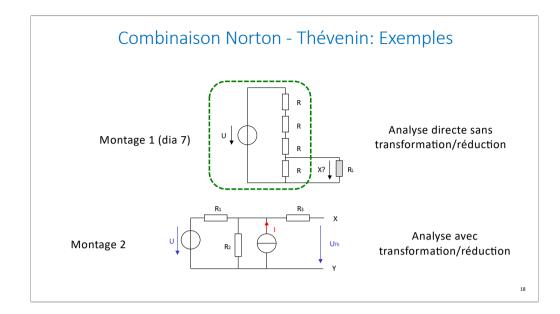
17

Partant du principe qu'une même boîte noire peut être vue sous la forme d'un Thévenin équivalent ou d'un Norton équivalent, il est légitime de penser que le passage de l'une à l'autre (et réciproquement) est facile.

Pour s'en convaincre, il suffit d'exploiter la loi d'ohm et montrer que la tension Thévenin s'exprime linéairement en fonction du courant Norton.

Cette transformation sera exploitée avec d'autres techniques de fusion pour analyser des circuits complexes.

Pour cela il sera intéressant d'identifier localement dans le circuit complexe, des dipôles justifiant des transformations si elles sont suivies de fusions.



Le premier montage qui n'est composé d'une seule source sera étudié directement sans transformation/réduction.

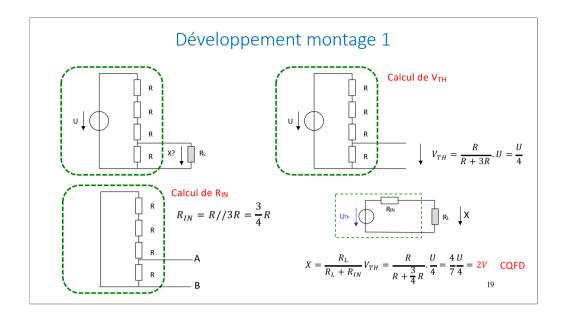
- La tension Thévenin sera calculée à la sortie du dipôle à vide (sans R_L)
- La résistance interne du dipôle sera calculée depuis la sortie en éliminant la source U (court-circuit de la source de tension)

Dans le second montage proposé, il est possible de mettre en évidence deux dipôles locaux composés respectivement:

- Le couple U et R₁
- Le couple I et R₃

Nous justifierons dans le développement la première transformation de U et R_1 . C'est celle qui se prête le plus facilement à des fusions (réductions) ultérieures.

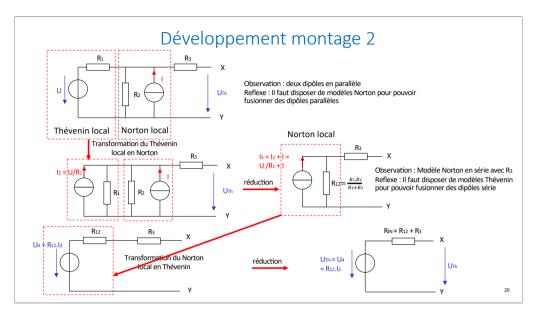
De fusion en fusion, le circuit se réduira aux deux dispositifs: source et résistance.



Calcul de V_{TH} : Le montage est analysé à vide (sans RL) et la tension V_{TH} se calcule directement à partir d'un diviseur résistif.

Calcul de $R_{\rm IN}$: La source U est éliminée (court-circuit) et la résistance RIN correspond à la résistance vue depuis la sortie (entre les nœuds A et B). Trois résistances R sont en série, et le tout est en parallèle avec une autre résistance R.

Finalement, en remplaçant le dipôle par son modèle Thévenin, o obtient dans le montage complet (avec R_L) la tension calculée depuis le circuit d'origine.

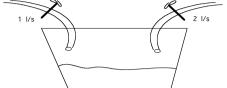


L'objectif du développement est d'alterner des transformations – réductions jusqu'à l'obtention d'un modèle limité à une source et une résistance

Nous comparerons l'expression du modèle obtenu avec la technique de superposition (voir dia 21)

Théorème de superposition - Principe

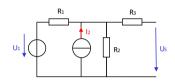




En électronique linéaire c'est la même chose

Calculer la tension U_5 avec U_1 et I_2 en même temps est identique à la somme des contributions U_1 et I_2

Nous aurons $U_S(U_1)$ et $U_S(I_2)$ $U_{STotal} = U_S(U_1) + U_S(I_2)$



21

Le théorème de superposition est une méthode simple à exploiter. L'analogie avec une cuvette d'eau se remplissant par 2 robinets est évidente.

Pour connaître le volume d'eau total, il n'est pas nécessaire de savoir si les robinets sont ouverts en même temps ou pas. Ce qui compte est la contribution de chacun.

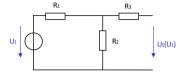
En électronique, il suffit aussi d'analyser séparément la contribution de chaque source

Théorème de superposition - Calculs

 $U_S(U_1) = U_{S1}$

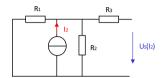
U_{S1} ne dépend pas de R₃

$$U_{S1}(U_1) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.U_1$$



 $\mathsf{U}_\mathsf{S}(\mathsf{I}_2) = \mathsf{U}_\mathsf{S2}$

$$U_{\rm S2}$$
 ne dépend pas de R $_3$
$$U_{\rm S2}(I_2) = (R_1//R_2).I_2 = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2}.I_2$$



$$U_{S_TOTAL} = U_{S1}(U_1) + U_{S2}(I_2) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_1 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_2$$

22

Dans le circuit proposé, nous analysons d'abord la contribution de U₁.

l₂ a été éliminée donc considérée comme un circuit ouvert.

La contribution de I₂ est ensuite obtenue lorsque U₁ a été court-circuitée.